

2-1

一次函數

●基礎練習●

重點 函數與函數值

●配合課本 P46~53

1. 當給定一個 x 值時，只有一個 y 值與之對應，我們稱此對應關係為 y 是 x 的函數。
2. 在一個函數關係中，給定 x 的一個值 a ，可以得到一個與之對應的 y 值，我們稱這個 y 值為此函數在 $x=a$ 時的函數值。

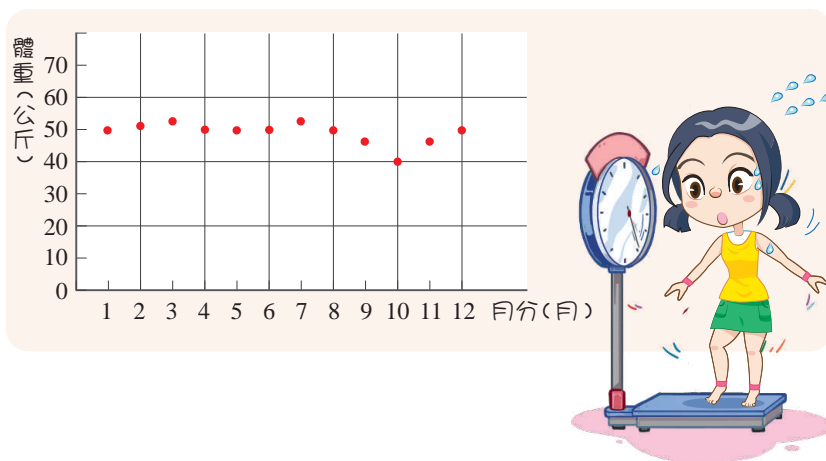
1 下列各敘述中，正確的請打「○」，錯誤的請打「×」：(每小題4分) 每小題3分

- (○)(1) 若無論變數 x 為何，其所對應的 y 值皆為 3，則 y 是 x 的函數。
- (○)(2) 若兩變數 x 、 y 成反比，則 y 是 x 的函數。
- (○)(3) 若兩變數 x 、 y 成正比，則 y 是 x 的函數。
- (×)(4) x 與 y 兩數量的對應關係如下表：

x	-5	-8	7	-8	0	-5
y	0	4	6	8	9	11

依據此表，我們可以判斷 y 是 x 的函數。

- (○)(5) 下圖是小芬每個月記錄自己體重變化的圖形，則小芬的體重是月分的函數。



2 依霖暑假想要跟家人到美國旅遊，要兌換美金時的匯率為 30.3 : 1，也就是台幣 30.3 元可換得 1 美金。假設要換 x 美金需要 y 元的台幣。

(1) 試寫出 x 、 y 的關係式。 (5分) **5分**

$$y = 30.3x。$$

(2) y 是否為 x 的函數？ (5分) **5分**

是。

重點 一次函數與常數函數

● 配合課本 P54~56

1. 函數 $y = ax + b$ ，其中 $a \neq 0$ ， $ax + b$ 是 x 的一次式，我們就稱為一次函數。
2. $y = b$ 這樣的函數稱為常數函數。

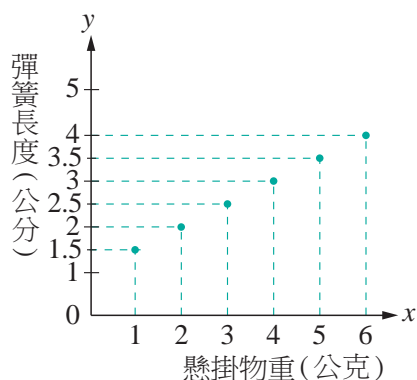
3 右圖為建華做彈簧拉力實驗所記錄的數據。若懸掛物重為 x 公克，所對應的彈簧長度為 y 公分。

(1) y 是否為 x 的函數？ (每小題 6分) **每小題 5分**

是。

(2) $x = 2$ 與 $x = 4$ 的函數值分別為何？

$x = 2$ 的函數值為 2， $x = 4$ 的函數值為 3。



(3) 若已知 y 為 x 的一次函數，寫出 x 與 y 的關係式。

設 $y = ax + b$ ，將 $x = 2$ ， $y = 2$ ，與 $x = 4$ ， $y = 3$ 分別代入得
$$\begin{cases} 2 = 2a + b \\ 3 = 4a + b \end{cases}$$
，
解得 $a = 0.5$ ， $b = 1$ ，因此 $y = 0.5x + 1$ 。

(4) 此彈簧沒有懸掛物時的長度為何？

$x = 0$ 代入 $y = 0.5x + 1$ ，得 $y = 1$ ，
即沒有懸掛物時，長度為 1 公分。

4 若 y 是 x 的一次函數，已知 x 與 y 的對應關係如右表。

x	1	3
y	7	11

(1) 求此一次函數？ (每小題5分) 每小題5分

設 $y = ax + b$ ，將 $x = 1, y = 7$ 與 $x = 3, y = 11$ 分別代入得

$$\begin{cases} 7 = a + b \\ 11 = 3a + b \end{cases}, \text{解得 } a = 2, b = 5。$$

故此一次函數為 $y = 2x + 5$ 。

(2) $x = 7$ 的函數值為 19。

由(1)可知此函數為 $y = 2x + 5$ ，

$x = 7$ 代入得函數值為 $2 \times 7 + 5 = 19$ 。

5 若一常數函數在 $x = 3$ 和 $x = 5$ 時的函數值之和為 100，試問此常數函數在 $x = -5$ 時的函數值為多少？ (10分) 5分

設此常數函數為 $y = k$ ，

因為 $x = 3, x = 5$ 的函數值皆為 k ，所以 $k + k = 100, k = 50$ ，

無論 x 值為何，其對應的函數值皆為 50，

故 $x = -5$ 時的函數值為 50。

6 已知函數 $y = 3x + 7$ ，若 $x = a$ 時的函數值為 -5 ，則 $a = ?$ (5分) 5分

將 $x = a$ 代入 $y = 3x + 7$ ，得 $3a + 7 = -5, 3a = -12, a = -4$ 。

7 小明與小華參加某項比賽，此比賽分數計分採 20 分制，分數為 0~20 分，後來主辦單位決定依正比的方式將分數調整為 100 分制，亦即按照比例使得調整後的分數在 0 至 100 分之間，若原始的分數為 x 分，調整後的分數為 y 分。

(1) 寫出 x 與 y 的關係式？

(每小題 7 分) 每小題 5 分

設 $y = kx$ ，當 $x = 20$ 時， $y = 100$ ，

代入得 $100 = k \times 20$ ， $k = 5$ ，即 $y = 5x$ 。

(2) y 是否為 x 的一次函數？

因為按比例調整，調整後的分數 y 與原始分數 x 所成的比例固定，

亦即 $y = kx$ ，因此為一次函數。

(3) 小明的原始分數比小華多 1 分，調整之後的分數小明會比小華多幾分？

設小華的原始分數為 a 分，小明的原始分數為 $a + 1$ 分，

調整之後小華的分數為 $5a$ ，小明的分數為 $5(a + 1) = 5a + 5$ ，

$(5a + 5) - 5a = 5$ ，

因此調整後小明的分數比小華多 5 分。

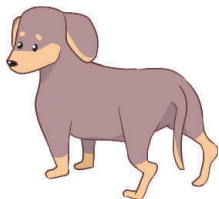
● 精熟練習 ●

- 1 建宇家裡想要領養一隻狗，他在網路上查到的資料上說明了狗的生長年齡雖然因為體型、活動量等而有所不同，但是小型犬出生2年之後換算成人類的年齡約為24歲，之後每過一年，小型犬增加一歲的速度近似於人類增加4歲的速度，請問：

每小題5分

- (1) 出生5年的小型犬約為人類幾歲？

$$24 + (5 - 2) \times 4 = 24 + 12 = 36 \text{ 歲。}$$



- (2) 若出生 x ($x \geq 2$) 年的小型犬約為人類 y 歲，寫出 x 與 y 的函數關係式？

$$y = 24 + (x - 2) \times 4 = 4x + 16,$$

亦即函數關係式為 $y = 4x + 16$ 。

- (3) 建宇想領養一隻與爸爸年齡相仿的小型犬給爸爸當生日禮物，建宇的爸爸今年48歲，因此他們應該要選擇出生幾年間的小型犬呢？

將 $y = 48$ 代入 $y = 4x + 16$ ，

$$\text{得 } 48 = 4x + 16, 4x = 32, x = 8,$$

亦即應該選擇出生約8年的小型犬。

- 2 已知一次函數 $y = -5x + 3$ ，若 $x = m$ 的函數值比 $x = n$ 的函數值多了15，則 $m - n = ?$

5分

由條件可知 $(-5m + 3) - (-5n + 3) = 15$ ，

$$(-5) \times (m - n) = 15, m - n = -3。$$

2-2

函數圖形及其應用

●基礎練習●

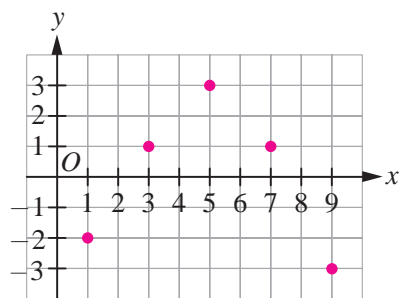
重點 函數的圖形

●配合課本 P61~63

若 y 是 x 的函數，在坐標平面上，所有合於函數關係的點 (x, y) 所組成的圖形稱為此函數的圖形。

- 1 已知 y 是 x 的函數且 y 與 x 的對應關係如下所示，請在坐標平面上畫出此函數圖形： (10分) 5分

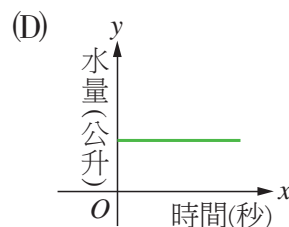
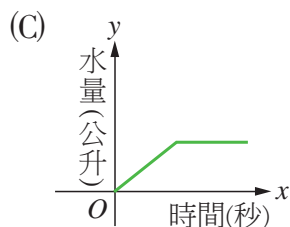
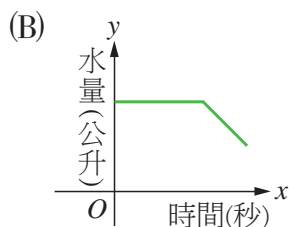
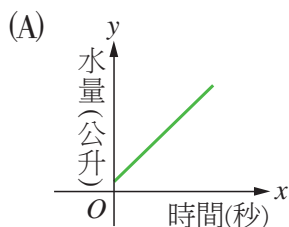
x	1	3	5	7	9
y	-2	1	3	1	-3



- 2 小華家裡浴室新裝了一個上面有溢水孔的水盆，當水盆上的水位達到溢水孔的位置時，水就會從溢水孔流出，可防止水從水盆中溢出到地板上。某天小華記錄了此水盆中的水量與時間的關係如下表，請依表格判斷

下列何者為此水盆中的水量與時間關係圖？ (10分) 5分

時間(秒)	10	20	30	40	50	60
水量(公升)	1.5	3	4.5	5	5	5



答： (C) 。

重點 一次函數與常數函數的圖形

• 配合課本 P63~69

1. 一次函數 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的圖形是一條直線，與 y 軸交於 $(0, b)$ 。
2. 常數函數 $y = b$ 的圖形為過 $(0, b)$ 的水平線。

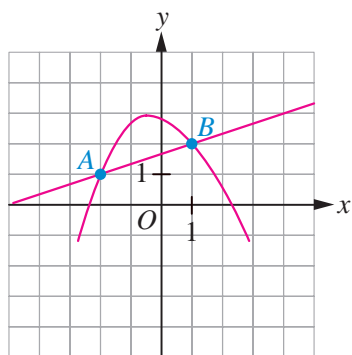
3 如右圖，坐標平面上有 A 、 B 兩點： (每小題 10 分)

(1) 畫出過 A 、 B 兩點的一次函數圖形。 (每小題 10 分)

過 A 、 B 兩點的一次函數圖形為直線，如右圖。

(2) 承(1)，在此坐標平面上再畫出另一個過 A 、 B 兩點的函數圖形。

過 A 、 B 兩點的函數圖形有很多，可任意畫出，如右圖（注意須為函數圖形）。



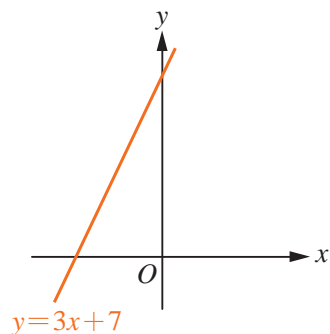
4 右圖為一次函數 $y = 3x + 7$ 的圖形，下列哪些點在圖形上？ (10 分) 10 分

(A) $(1, 7)$ (B) $(0, 7)$ (C) $(-1, 4)$

(D) $(\frac{1}{2}, 5)$ (E) $(2, 13)$

答： (B)(C)(E) 。

- (A) 將 $(1, 7)$ 代入 $y = 3x + 7$ ，得 $7 \neq 3 \times 1 + 7$ 。
 (B) 將 $(0, 7)$ 代入 $y = 3x + 7$ ，得 $7 = 3 \times 0 + 7$ 。
 (C) 將 $(-1, 4)$ 代入 $y = 3x + 7$ ，得 $4 = 3 \times (-1) + 7$ 。
 (D) 將 $(\frac{1}{2}, 5)$ 代入 $y = 3x + 7$ ，得 $5 \neq 3 \times \frac{1}{2} + 7$ 。
 (E) 將 $(2, 13)$ 代入 $y = 3x + 7$ ，得 $13 = 3 \times 2 + 7$ 。



5 考慮兩函數 $y = -3x + k$ 與 $y = -1$ 的圖形： (每小題 15 分) 每小題 10 分

(1) $y = -1$ 與 y 軸的交點坐標為 $(0, -1)$ 。

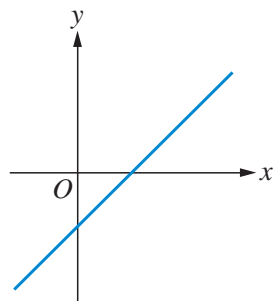
因為 $y = -1$ 為過 $(0, -1)$ 的水平線，因此與 y 軸交於 $(0, -1)$ 。

(2) 若 $y = -3x + k$ 與 $y = -1$ 的圖形交點在 y 軸上，那麼 $k =$ -1 。

將 $(0, -1)$ 代入 $y = -3x + k$ 得 $-1 = 0 + k$ ， $k = -1$ 。

6 已知一次函數 $y = x + b$ 的圖形如右圖，試判斷 b < 0。(填入 $>$ ， $=$ ， $<$) (20分) 10分

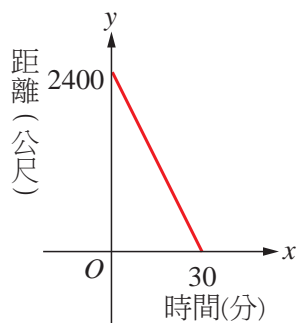
已知一次函數 $y = x + b$ 的圖形與 y 軸交於 $(0, b)$ ，由圖形可知此點位於 x 軸下方，因此 $b < 0$ 。



● 精熟練習 ●

1 已知家綺、承安兩人分別從家裡與學校出發，沿著同一條路相向而行。若行走時間與兩人距離成一次函數關係，如右圖所示，則：

每小題 5 分



(1) 最初兩人相距多少公尺？

由圖形可知， $x = 0$ 時的函數值為 2400，故兩人相距 2400 公尺。

(2) 幾分鐘後兩人相遇？

由圖形可知，距離為 0 時的 $x = 30$ ，故 30 分鐘後兩人會相遇。

(3) 求此一次函數。

設此一次函數為 $y = ax + b$ ，將 $(30, 0)$ 、 $(0, 2400)$ 代入，

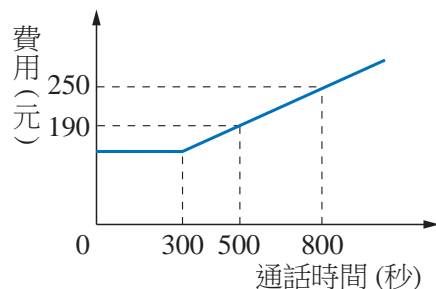
$$\text{得} \begin{cases} 0 = 30a + b \\ 2400 = b \end{cases}, \text{解得 } a = -80, b = 2400,$$

故此一次函數為 $y = -80x + 2400$ 。

(4) 經過 20 分鐘後，兩人相距多少公尺？

當 $x = 20$ 時，函數值 $y = -80 \times 20 + 2400 = 800$ (公尺)。

- 2 右圖是南通電信公司的通話費計算方式：在 300 秒以內只須繳通話基本費，超過 300 秒的費用與通話時間成一次函數關係。



- (1) 求通話基本費。

5分

設通話 x 秒時，費用為 y 元，

且 300 秒以後符合函數 $y = ax + b$ ，

將 $(500, 190)$ 和 $(800, 250)$ 代入，

$$\text{得聯立方程式} \begin{cases} 190 = 500a + b \\ 250 = 800a + b \end{cases},$$

解得 $a = 0.2$ ， $b = 90$ ，故 $y = 0.2x + 90$ 。

當 $x = 300$ 時， $y = 150$ ，故通話基本費為 150 元。

- (2) 超過 300 秒後，每秒付費多少元？

5分

超過 300 秒後，則每秒付費 0.2 元。

2

總習題

一 選擇題 (每題 6 分, 共 36 分)

1 下列敘述何者一定正確?

- (A) 若 y 是 x 的函數, 則對於每一個 x 所對應到的函數值 y 都不能相同
(B) 平面上所有的直線都是一次函數的圖形
(C) 一次函數在坐標平面上的圖形一定會通過第一象限
(D) 常數函數在坐標平面上的圖形一定與 y 軸相交

答: (D)。

2 下列哪一個函數圖形通過原點?

- (A) $y = x + 1$ (B) $y = -3x$ (C) $y = 2$ (D) $y = 3x - 3$

答: (B)。

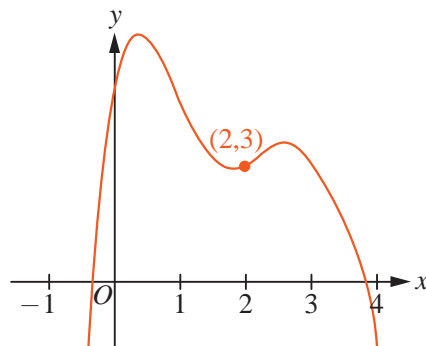
3 坐標平面上某一次函數圖形通過 $(1, 7)$ 、 $(7, -11)$ 兩點, 判斷此函數圖形會通過下列哪一個點?

- (A) $(1, 6)$ (B) $(0, 7)$ (C) $(\frac{1}{7}, 9\frac{4}{7})$ (D) $(\frac{1}{10}, 10\frac{3}{10})$

答: (C)。

- 4 右圖為某函數在坐標平面上的圖形。今將變數 x 所對應到的函數值整理如下表，試問對於 a 、 b 、 c 、 d 大小的判斷中，何者錯誤？

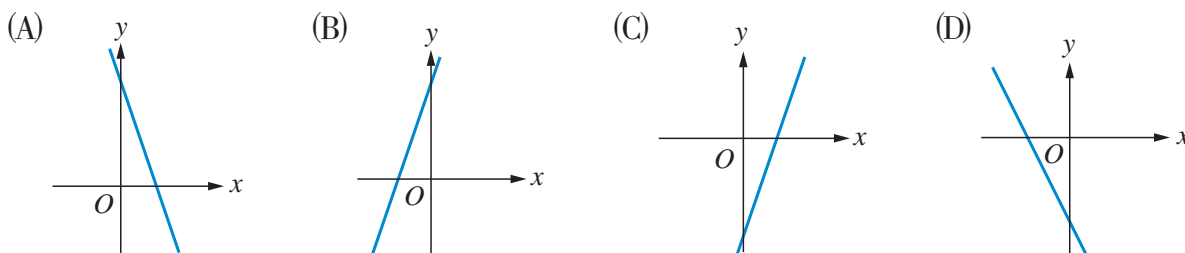
x	0	1	2	3	4
函數值	a	b	3	c	d



- (A) $a > 0$ (B) $b > 3$ (C) $c < 0$ (D) $d < 0$

答： (C) 。

- 5 若一次函數 $y = ax + 2$ ，其中 $a > 0$ ，則下列哪一個選項可能是此函數的圖形？



答： (B) 。

- 6 關於函數 $y = -2x + 8$ 的圖形，下列何者不正確？

- (A) 圖形未通過第三象限
 (B) 圖形為一直線
 (C) 當 x 值愈大時，所對應的函數值 y 愈小
 (D) 此圖形交 x 軸於 $(0, 8)$

答： (D) 。

(D) 交 x 軸於 $(4, 0)$ 。

■ 填充題 (每格 7 分, 共 42 分)

1 已知 $y = 6x - 3$,

(1) $x = 5$ 時的函數值為 27。

$$y = 6 \times 5 - 3 = 27$$

(2) 若 $x = a$ 時的函數值為 -15 , 則 $a =$ -2 。

$$6a - 3 = -15, 6a = -12, a = -2。$$

2 若一常數函數的圖形通過 $(3, -6)$ 和 $(12, -6)$ 兩點, 則此常數函數為

$y = -6$ 。

因為兩點在同一條水平線上, 故此常數函數為 $y = -6$ 。

3 若一次函數的圖形通過 $(2, -2)$ 和 $(-1, 7)$ 兩點, 則此圖形與直線 $y = 3$ 的交

點坐標為 $(\frac{1}{3}, 3)$ 。

設此一次函數為 $y = ax + b$, 將 $(2, -2)$ 和 $(-1, 7)$ 分別代入,

得聯立方程式 $\begin{cases} -2 = 2a + b \\ 7 = -a + b \end{cases}$, 解得 $a = -3, b = 4$,

故函數為 $y = -3x + 4$, 將 $y = 3$ 代入求得 $x = \frac{1}{3}$ 。

4 若兩個一次函數 $y = x - 2$ 與 $y = ax + 8$ 的圖形交點在 x 軸上，則 $a = \underline{-4}$ 。

$y = x - 2$ 與 x 軸的交點為 $(2, 0)$ ，

此點也在 $y = ax + 8$ 的圖形上，

將 $(2, 0)$ 代入，得 $2a + 8 = 0$ ， $a = -4$ 。

5 依霖與美華假日到觀光果園採橘子，費用為入場費及採到橘子秤重的價錢。
依霖採了 5 公斤的橘子，含入場費共付 200 元，美華採了 8 公斤的橘子，含入場費共付 260 元。假設橘子重量 x 公斤時，所付的價錢為 y 元，且 y 是 x 的一次函數。請問這個觀光果園的入場費為每人 100 元。

設橘子每公斤 a 元，入場費為 b 元，因此 $y = ax + b$ ，

$x = 5$ ， $y = 200$ 與 $x = 8$ ， $y = 260$ 代入，得 $\begin{cases} 200 = 5a + b \\ 260 = 8a + b \end{cases}$ ，

解得 $a = 20$ ， $b = 100$ ，故 $y = 20x + 100$ 。

即入場費為每人 100 元。

☰ 計算題 (共 22 分)

1 易利科技公司年度調薪，原薪水 28000 元調薪後變成 35600 元，原薪水 36000 元調薪後變成 45200 元。已知調薪方式是依據一次函數關係，試問調薪後為 38000 元的員工，其原來的薪水是多少元？ (8 分)

設原薪水 x 元，調薪後變為 y 元，且此一次函數為 $y = ax + b$ ，

將 $(28000, 35600)$ 和 $(36000, 45200)$ 代入，

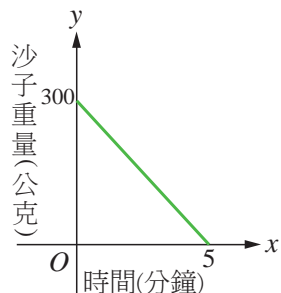
得聯立方程式 $\begin{cases} 35600 = 28000a + b \\ 45200 = 36000a + b \end{cases}$ ，解得 $a = \frac{6}{5}$ ， $b = 2000$ ，

故此一次函數為 $y = \frac{6}{5}x + 2000$ ，

當 $y = 38000$ 代入，得 $38000 = \frac{6}{5}x + 2000$ ， $x = 36000 \times \frac{5}{6} = 30000$ 。

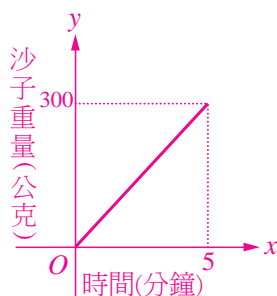
因此原來的薪水是 30000 元。

- 2 小新買了一個沙漏，沙子完全由上面的 A 容器流入下面的 B 容器共需時 5 分鐘，並且在它的說明上寫了流速為 1 克/秒。假設容器 A 內的沙子重量與時間成函數關係，其圖形如右，



- (1) 根據上圖，畫出 B 容器中沙子重量與時間的函數關係圖？ (4分)

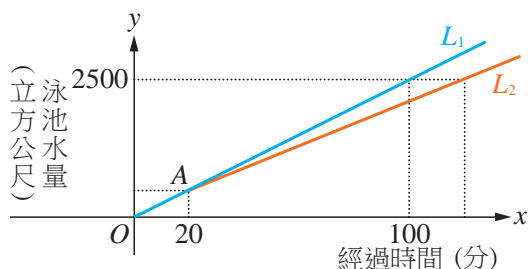
沙子總重量為 $1 \times 60 \times 5 = 300$ 克，根據上圖
可得 B 容器中的沙子重量與時間關係圖如右：



- (2) 設 B 容器在時間 x 秒時沙子的重量為 y 克，求 x 與 y 的函數關係式？ (6分)
設此一次函數為 $y = ax + b$ ，由(1)知會過 $(0, 0)$ 、 $(5, 300)$ ，
代入解聯立，得 $a = 60$ ， $b = 0$ ，即此一次函數為 $y = 60x$ 。

- (3) 3 分鐘後 B 容器內的沙子重量為何？ (4分)
當 $x = 3$ 時，代入 $y = 60x$ 得 $y = 60 \times 3 = 180$ ，
即 3 分鐘後 B 容器內的沙子重量為 180 克。

1 如右圖，某游泳池在每日上午 8:00 開始注水，同時從 5 個注水口以相同的速度與水量注水，需注滿 2500 立方公尺的水量，此時預計泳池的總水量 y 與經過時間 x (分鐘) 的函數圖形為直線 L_1 。



口故障無法出水，只剩下 4 個注水口維持同樣的速度注水，泳池水量在 20 分鐘後其函數圖形改為直線 L_2 。請問：

(1) 直線 L_1 所代表的函數關係式為何？ (2) 在 A 點時的泳池水量為何？

(3) 泳池預計在幾點幾分時會注滿水？

(4) L_2 的函數關係為何？在開始注水後的 100 分鐘時泳池水量為何？

KEY

找到兩點坐標，即可求出過此兩點的一次函數。

- 解** (1) 設 L_1 的函數為 $y = ax + b$ ，由圖形知過 $(0, 0)$ 、 $(100, 2500)$ 兩點，代入得 $\begin{cases} 0 = b \\ 2500 = 100a + b \end{cases}$ ，解得 $b = 0$ ， $a = 25$ ，亦即此一次函數為 $y = 25x$ 。
- (2) 在 A 點時，將 $x = 20$ 代入 $y = 25x$ ，得 $y = 500$ ，即此時泳池的水量為 500 立方公尺。
- (3) 當有 5 個注水口時，2500 立方公尺的水量 100 分鐘注滿，因此 5 個注水口的注水速度為 $\frac{2500}{100} = 25$ (立方公尺/分鐘)，所以只剩 4 個注水口時注水的速度為 $25 \times \frac{4}{5} = 20$ (立方公尺/分鐘)，而剩下的水量為 $2500 - 500 = 2000$ 立方公尺，故還須 $\frac{2000}{20} = 100$ 分鐘，因此預計在 $20 + 100 = 120$ 分鐘後注滿，即 10 點整泳池會注滿水。
- (4) 由(2)與(3)知 L_2 會通過 $A(20, 500)$ 與 $(120, 2500)$ ，設 L_2 的函數為 $y = cx + d$ ，代入解聯立得 $c = 20$ ， $d = 100$ ，因此 L_2 的函數關係為 $y = 20x + 100$ ，當 $x = 100$ 時代入得 $y = 20 \times 100 + 100 = 2100$ ，即 100 分鐘後水量為 2100 立方公尺。