



3-2 貝氏定理

主題 1 條件機率的乘法公式

配合課本
P.123~P.128

3

條件機率的乘法公式

- (1) 若 $P(A) > 0$ ，則 $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ 。
 (2) 若 $P(B) > 0$ ，則 $P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$ 。
 (3) 若 $P(A \cap B) > 0$ ，則 $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|A \cap B)$ 。

配合課本例題 1

條件機率的乘法公式 1

練習 1

例題 1

不透明容器中裝著 3 白球、2 紅球，從中依序取出 2 球，取後不放回，每次取球時，容器中每球被取出的機會相同。試求取出的第一球為白球、第二球為紅球的機率。

解

不透明容器中裝著 3 白球、2 紅球，從中依序取出 2 球，取後不放回，每次取球時，容器中每球被取出的機會相同。試求兩球為一白色一紅色的機率。

解

配合課本例題 2

條件機率的乘法公式 2

練習 2

例題 2

不透明容器中裝著 3 白球、2 紅球，從中依序取出 3 球，取後不放回，每次取球時，容器中每球被取出的機會相同。試求取出的第一及第二球為白球、第三球為紅球的機率。

解

不透明容器中裝著 3 白球、2 紅球，從中依序取出 3 球，取後不放回，每次取球時，容器中每球被取出的機會相同。試求三球為兩白球一紅球的機率。

解

配合課本例題 3

條件機率的乘法公式 3

練習 3

例題 3

假設現在有三個袋子，甲袋中有 3 紅球 4 白球，乙袋中有 4 紅球 3 白球，丙袋中有 5 紅球 2 白球；先隨機選一袋，再從該袋中任取一球，試求取得白球的機率。

解

已知甲袋有 5 個紅球 1 個白球，乙袋有 3 個紅球 3 個白球，丙袋有 2 個紅球 4 個白球；今任選一袋，再自袋中任取一球，試求取得紅球的機率。

解

配合課本例題 4

條件機率的乘法公式 4

練習 4

例題 4

籤筒中有 8 支竹籤，其中三支有獎，甲、乙、丙三人依序各抽一支，取出的竹籤不再放回籤筒中，試分別計算甲、乙、丙三人中獎的機率。

解

不透明容器中裝著 3 白球、2 紅球，甲、乙二人從中依序各取出 1 球，取後不放回，每次取球時，容器中每球被取出的機會相同。試計算甲與乙取到白球的機率。

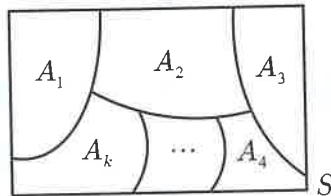
解

主題 2 貝氏定理

配合課本
P.128-P.133

1. 樣本空間的分割

如果非空事件 A_1, A_2, \dots, A_k 兩兩均互斥，且 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k = S$ ，則稱 $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ 為樣本空間 S 的一個分割。



2. 貝氏定理 (Bayes' theorem)

設 $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ 為樣本空間 S 的一個分割， $P(A_i) > 0, i = 1, 2, \dots, k$ ，且 B 為任一事件， $P(B) > 0$ ，則

$$(1) P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \dots + P(A_k)P(B|A_k)$$

(2) 在已知事件 B 發生的條件下，事件 A_i 發生的機率為

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \dots + P(A_k)P(B|A_k)}, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

配合課本例題 5

貝氏定理 1

練習 5

例題 5

某網購的網站調查客戶發現，有 60% 的人是購買化妝品，購買化妝品中會退貨的機率是 0.4，購買其他物品會退貨的機率是 0.2。若小美從該網站買了東西之後退貨，試求她是買化妝品的機率。

解

某網購的網站調查客戶發現，有 60% 的人是購買化妝品，購買化妝品中會退貨的機率是 0.4，購買其他物品會退貨的機率是 0.2。若小花從該網站買了東西之後沒退貨，試求她是買化妝品的機率。

解

配合課本例題 6

貝氏定理 2

練習 6

例題 6

假設現在有三個袋子，甲袋中有 3 紅球 4 白球，乙袋中有 4 紅球 3 白球，丙袋中有 5 紅球 2 白球；先隨機選一袋，再從該袋中任取一球，若已知取出的是白球，試求其抽自甲袋之機率。

解

承例題 5，若已知取出的是紅球，試求其抽自甲袋之機率。

解

配合課本例題 7

貝氏定理 3

練習 7

例題 7

某種診斷方法，依過去的經驗知道，患癌症的人經過檢驗之後，發現有癌症的機率為 90%；不患癌症的人經過相同的檢驗，發現有癌症的機率為 5%。現在有一群人，設有 20% 的人患有癌症，若從這群人中任選 1 人加以檢驗，

- (1) 試求檢驗出有癌症的機率。
- (2) 若檢驗出有癌症，試求此人確實患有癌症的機率。(四捨五入到小數點後第三位)

解

某公司有甲、乙、丙三個工廠，各工廠的生產情形如下：甲工廠生產 40% 的公司產品，產品合格率 90%，乙工廠生產 30% 的公司產品，產品合格率 80%，丙工廠生產 30% 的公司產品，產品合格率 70%。

- (1) 試求公司全部產品的合格率。
- (2) 若品管員隨機抽樣一產品，發現它是不合格的，試求它來自甲工廠的機率。(四捨五入到小數點後第三位)

解